Feladatok - 9. osztály

1. Oldd meg az egyenletrendszert: $\begin{cases} x(y+z)=5 \\ y(x+z)=8 \\ z(x+y)=9 \end{cases}$!

2. Bizonyítsd be, hogy bármely a és b valós számra teljesül: $4(a-b)^2-6(a-b)+4ab+3\geq 0$!

3. Hány valós megoldása van az egyenletnek: $3[x]=2x^2+x-4$? ($[x]$ az x valós szám egész részét jelenti).

4. A paralelogramma $60°$-os hegyesszögének szögfelezője a szemben fekvő oldalt 16 cm és 24 cm-es részekre osztja. Határozd meg, hogy ez a szögfelező milyen részekre osztja a paralelogramma tompaszögéből húzott átlót!

5. A derékszögű háromszög derékszögéből húzott szögfelező $24\sqrt{2}$ cm, ami az átfogót 3:4 arányban osztja. Határozd meg a háromszög kerületét!

Задачі - 9. клас

1. Розв'язати систему рівнянь: $\begin{cases} x(y+z)=5 \\ y(x+z)=8 \\ z(x+y)=9 \end{cases}$!

2. Доведіть що $4(a-b)^2-6(a-b)+4ab+3\geq 0$, де a і b дійсні числа!

3. Знайти дійсні розв'язки рівняння: $3[x]=2x^2+x-4$? ($[x]$ - ціла частина дійсного числа).

4. У паралелограмі бісектриса гострого кута, який дорівнює $60°$, ділить його сторону на відрізки 16 *см* і 24 *см*, починаючи від вершини тупого кута. Знайти відрізки, на які бісектриса ділить діагональ паралелограма!

5. Бісектриса прямого кута прямокутного трикутника дорівнює $24\sqrt{2}$ *см*, і ділить гіпотенузу на відрізки у відношенні 3:4. Обчислити периметр трикутника!

Megoldás - 9. osztály

1. $\begin{cases} x(y+z)=5 \\ y(x+z)=8 \\ z(x+y)=9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} xy+xz=5 \\ yx+yz=8 \\ zx+zy=9 \end{cases} \rightarrow xy+yz+zx=11 \rightarrow \begin{cases} xz=3 \\ xy=2 \\ yz=6 \end{cases} \rightarrow x^2y^2z^2=6^2 \rightarrow xyz=\pm 6 \rightarrow$

$\rightarrow \begin{cases} x=\pm 1 \\ y=\pm 2 \\ z=\pm 3 \end{cases}$

2. Legyen $x=2a-1$ és $y=2b+1$, akkor: $(x-\frac{y}{2})^2+\frac{3y^2}{4} \geq 0$

Ez mindig teljesül, egyenlőség akkor adódik, ha $x=y=0$, amikor $a=\frac{1}{2}, b=\frac{1}{2}$.

3. Mivel $x-1<[x]\leq x \rightarrow 3(x-1)<2x^2+x-4\leq 3x$

$\begin{cases} 2x^2-2x-1>0 \\ 2x^2-2x-4\leq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x\in\left(-\infty;\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}\right)\cup\left(\dfrac{1+\sqrt{3}}{2};+\infty\right) \\ x\in[-1;2] \end{cases}$

Tehát, $x\in[-1;\frac{1-\sqrt{3}}{2})\cup(\frac{1+\sqrt{x}}{2};2] \rightarrow x\in\{-1;1;2\}$

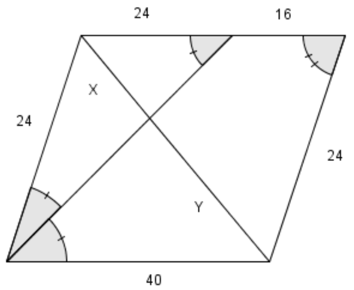
Ha $[x]=-1 \rightarrow 2x^2+x-1 \rightarrow x=-1, (x=\frac{1}{2} - nem\, felel\, meg)$;

Ha $[x]=1 \rightarrow 2x^2+x-7 \rightarrow x=\frac{-1+\sqrt{57}}{4}, (x=\frac{-1-\sqrt{57}}{4} - nem\, felel\, meg)$;

Ha $[x]=2 \rightarrow 2x^2+x-10 \rightarrow x=2, (x=\frac{-5}{2} - nem\, felel\, meg)$.

Tehát a 3 megoldás: $x\in\{-1,\frac{-1+\sqrt{57}}{4},2\}$.

4.



$\frac{x}{y}=\frac{24}{40}=\frac{3}{5}$;

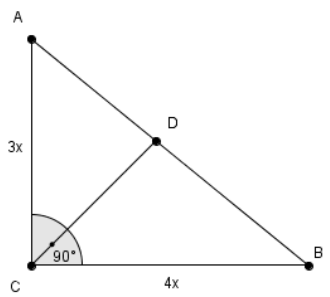
$(x+y)^2=24^2+40^2-2\cdot 24\cdot 40\cdot\cos 60°$;

$x+y=\sqrt{1216}=8\sqrt{19}$;

$x=\left(8\sqrt{19}\div 8\right)\cdot 3=3\sqrt{19}\ (cm)$;

$y=\left(8\sqrt{19}\div 8\right)\cdot 5=5\sqrt{19}\ (cm)$.

5.



$CD=24\sqrt{2}; \frac{AD}{DB}=\frac{3}{4}\rightarrow\frac{AC}{BC}=\frac{3}{4}\rightarrow AC=3x, BC=4x$;

$AB=\sqrt{(3x)^2+(4x)^2=5x}$;

$\sin B\angle=\frac{AC}{AB}=\frac{3}{5}$;

Szinusz tétel szerint: $\frac{CD}{\sin B\angle}=\frac{BD}{\sin 45°}\rightarrow 24\sqrt{2}:\frac{3}{5}=BD:\frac{\sqrt{2}}{2}$;

$BD=24\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{5}{3}=40(cm)\rightarrow\frac{AD}{AB}=\frac{3}{4}\rightarrow AD=30\ cm$;

$AB=70\ cm=5x\rightarrow x=14\ cm\rightarrow AC=3\cdot 14=42(cm), BC=4\cdot 14=56(cm)$;

$P_{ABC}=42+56+70=168(cm)$.