10. osztály

1.Számold ki $\sqrt{70-30\sqrt{5}}+\sqrt{94-42\sqrt{5}}$.

2.Bizonyitsd be, hogy egy derékszögű trapéznak, melybe körvonalat lehet írni, a magassága egyenlő avval a szakasszal,mely áthalad az átlók metszéspontján és párhuzamos az alapokkal.

3. Találd meg ***a*** paraméter legkisebb természetes értékét, amelynél az $x^4+3ax^2+2a^2+2a-3=0$ egyenletnek nincs valós gyöke.

4.Milyen vonalat ír le az $y=x^2-2(m-3)x+m-8$ parabola csúcsa, ha az m a valós számok halmazán van megadva?

5.Oldd meg az egyenlőtlenséget $\left||x-4|+|2x+6|\right|\leq 10$.

10 Клас.

1.Обчисліть $\sqrt{70-30\sqrt{5}}+\sqrt{94-42\sqrt{5}}$.

2.Доведіть, що висота прямокутної трапеції, в яку можна вписати коло, дорівнює відрізку, що проходить через точку перетину діагоналей паралельно основам.

3.Знайдіть найменше натуральне значення параметру ***a*** , при якому рівняння $x^4+3ax^2+2a^2+2a-3=0$ не має дійсних коренів.

4.Яку лінію описує вершина параболи $y=x^2-2(m-3)x+m-8$, якщо m приймає всі дійсні значення?

5.Розв`яжіть нерівність $\left||x-4|+|2x+6|\right|\leq 10$.

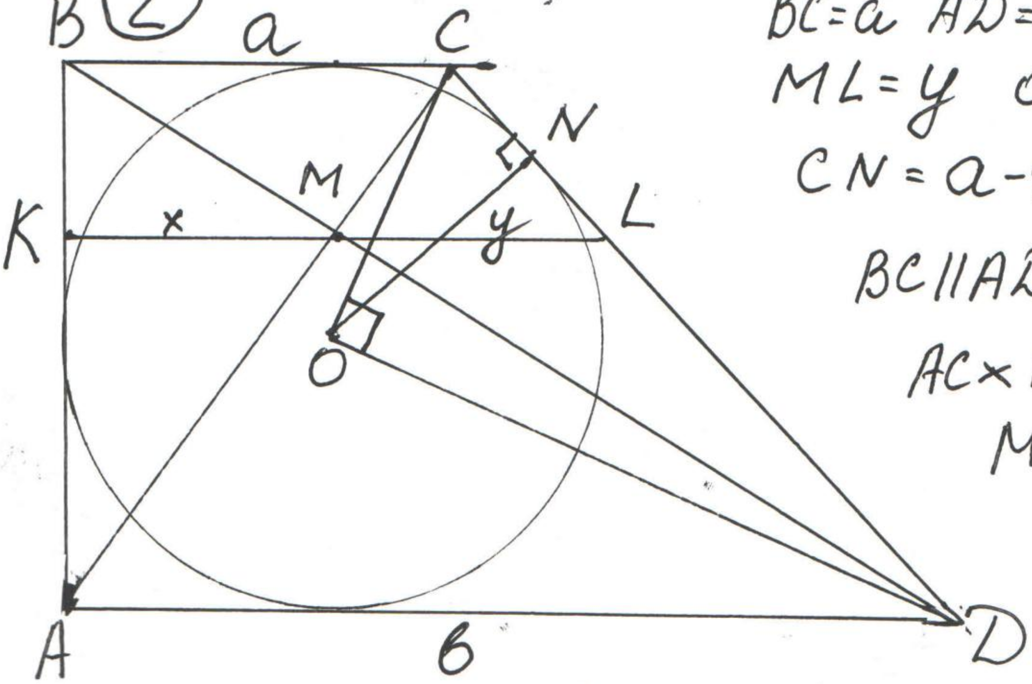
(1) $\sqrt{70-30\sqrt{5}}+\sqrt{94-42\sqrt{5}}=\sqrt{25+45-30\sqrt{5}}+\sqrt{49+45-42\sqrt{5}}=$

$=\sqrt{5^2-2\cdot5\cdot3\sqrt{5}+(3\sqrt{5})^2}+\sqrt{7^2-2\cdot7\cdot3\sqrt{5}+(3\sqrt{5})^2}=$

$=\sqrt{(5-3\sqrt{5})^2}+\sqrt{(7-3\sqrt{5})^2}=|5-3\sqrt{5}|+|7-3\sqrt{5}|=$

$=3\sqrt{5}-5+7-3\sqrt{5}=2.$

(2)



$BC=a \quad AD=b \quad KM=x$

$ML=y \quad ON=r$

$CN=a-r \quad DN=b-r$

$BC \parallel AD \parallel KL$

$AC \times BD = M$

$M \in KL$

$\triangle ABC \sim \triangle AKM \quad \frac{x}{a}=\frac{AK}{AB}$

$\triangle ABD \sim \triangle KBM \quad \frac{x}{b}=\frac{BK}{AB}$

$\frac{x}{a}+\frac{x}{b}=\frac{AK}{AB}+\frac{BK}{AB}=1 \quad x=\frac{ab}{a+b}$

$\triangle BCD \sim \triangle MLD \quad \frac{y}{a}=\frac{DL}{DC}$

$\triangle ACD \sim \triangle MCL \quad \frac{y}{b}=\frac{CL}{DC}$

$\frac{y}{a}+\frac{y}{b}=\frac{DL}{DC}+\frac{CL}{DC}=1 \quad y=\frac{ab}{a+b}$

$\triangle COD: \quad ON^2=CN\cdot ND \quad r^2=(a-r)(b-r)$

$r^2=ab-ar-br+r^2 \quad ar+br=ab \quad r=\frac{ab}{a+b}$

$KL=x+y=\frac{ab}{a+b}+\frac{ab}{a+b}=2\cdot\frac{ab}{a+b}=2r=h=AB.$

③ $x^4+3ax^2+2a^2+2a-3=0$

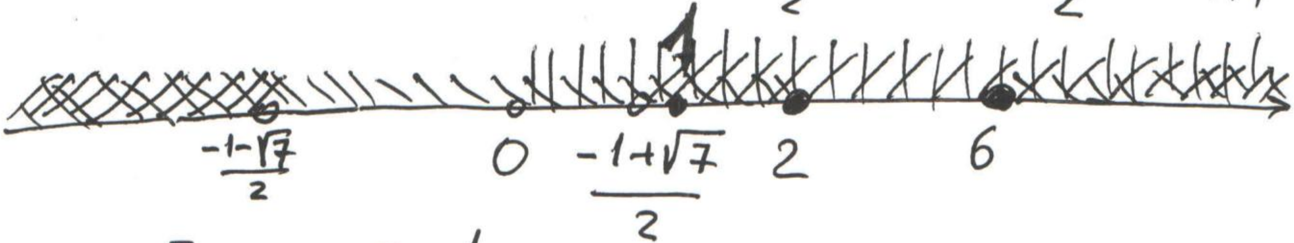
Nincs gyök, ha $D<0$

$D=(3a)^2-4(2a^2+2a-3) = a^2-8a+12 \quad a_1=2 \quad a_2=6$

$D<0$ ha $2<a<6$

Nincs gyök, ha $D\geq 0$, de $x^2<0$

$$\begin{cases} D\geq 0 \\ 3a>0 \\ 2a^2+2a-3>0 \end{cases} \qquad \begin{cases} a\leq 2 \text{ vagy } a\geq 6 \\ a>0 \\ a<\frac{-1-\sqrt{7}}{2} \quad a>\frac{-1+\sqrt{7}}{2} \end{cases}$$



F: $\min a = 1$

④ $y=x^2-2(m-3)x+m-8$ csúcs $\left(-\frac{b}{2a}; y\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$

$-\frac{b}{2a} = -\frac{-2(m-3)}{2\cdot 1} = m-3$

$y(m-3) = (m-3)^2-2(m-3)^2+m-8 = -(m-3)^2+m-8 =$

$= -(m-3)^2+(m-3)-5.$

$\left((m-3); -(m-3)^2+(m-3)-5\right)$

$\left(x; -x^2+x-5\right)$

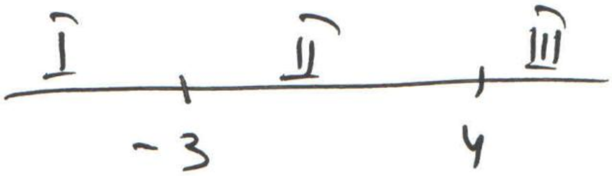
F: $y=-x^2+x-5.$

(5) $\big||x-4|+|2x+6|\big| \le 10$

$-10 \le |x-4|+|2x+6| \le 10$

$x-4=0 \qquad 2x+6=0$

$x=4 \qquad x=-3$



I $x \le -3$

$-10 \le 4-x-2x-6 \le 10 \qquad -10 \le -3x-2 \le 10$

$-8 \le -3x \le 12 \quad -4 \le x \le \frac{8}{3} \qquad \underline{x \in [-4; -3]}$

II $-3 \le x \le 4$

$-10 \le 4-x+2x+6 \le 10 \qquad -10 \le x+10 \le 10$

$-20 \le x \le 0 \qquad \underline{x \in [-3; 0]}$

III $x \geq 4$

$-10 \le x-4+2x+6 \le 10 \qquad -10 \le 3x+2 \le 10$

$-12 \le 3x \le -8 \quad -4 \le x \le -\frac{8}{3} \qquad x \in \emptyset$

Felelet: $x \in [-4; 0]$